УДК 372.851

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕРАВЕНСТВ В РЕАЛИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ

Панкратова Л.В., кандидат педагогических наук,
Вятский государственный университет, г. Киров
pankratovalarisa19@rambler.ru

Аннотация. В работе представлены направления использования неравенств при обучении студентов ведению учебных и научных исследований.

Ключевые слова: исследовательская деятельность, неравенство.

REVISITING THE USE OF INEQUALITIES IN IMPLEMENTING RESEARCH TRAINING OF STUDENTS

L.V. Pankratova, candidate of pedagogic sciences,
Vyatka State University, Kirov
pankratovalarisa19@rambler.ru

Abstract. The paper outlines the uses of inequalities in teaching students academic and scientific forms of research.

Keywords: research work, inequality.

Увеличение внеаудиторной нагрузки в вузе согласно ФГОС ВПО необходимо влечет приобщение студентов к исследовательской деятельности и включает (см. [5, с. 36]):

– *методологическую подготовку*, вооружающую студентов методами и приемами познания;

– *специальную подготовку*, направленную на формирование знаний о методах и приемах исследовательской деятельности, об алгоритме исследовательского поиска;

– *самостоятельную исследовательскую практику*, реализующую как учебные исследования (написание рефератов, курсовых и выпускных квалификационных работ), так и систематическую научно-исследовательскую работу.

Имеются различные формы реализации обозначенных направлений деятельности, причем теория неравенств позволяет произвести содержательное наполнение многих из них.

Во-первых, к понятию неравенства так или иначе обращаются все разделы математики, в связи с чем актуально использование элементов теории неравенств на учебных занятиях. Приведем пример.

Ряд опытов привел к n различным значениям $x_1, x_2, ..., x_n$ *для исследуемой величины A. Часто принимают в качестве A такое x, что сумма квадратов отклонений его от* $x_1, x_2, ..., x_n$ *имеет наименьшее значение. Найти x, удовлетворяющее этому требованию* [1, с. 96, №1245].

Наряду с применением производной для отыскания наименьшего значения функции $F(x) = (x - x_1)^2 + (x - x_2)^2 + ... + (x - x_n)^2$ в соответствующем промежутке можно воспользоваться неравенством между средним квадратичным и средним арифметическим и свойствами модуля:

$$\sqrt{\frac{(x - x_1)^2 + ... + (x - x_n)^2}{n}} \geq \frac{|x - x_1| + ... + |x - x_n|}{n} \geq \left| x - \frac{x_1 + ... + x_n}{n} \right|.$$

Данный способ решения указывает значение экстремума и сразу определяет его характер (минимум). Условия же задачи позволяют демонстрировать внутрипредметные связи математики, поскольку нацеливают на беседу о методе наименьших квадратов, применяемом в корреляционнорегрессионном анализе. Кроме того, подобный подход при проектировании занятий усиливает интерактивный компонент обучения.

Во-вторых, развитию умений исследовательской деятельности эффективно способствует систематическая работа студентов в рамках научного объединения, участники которого регулярно обмениваются информацией, приобретают опыт публичных выступлений, ведения дискуссий и самостоятельного оценивания полученных результатов. Ведение исследований в рамках теории неравенств является продуктивным направлением работы студенческого научного семинара. Подобный опыт описан, к примеру, в [3, с. 316–326].

Теория неравенств обнаруживает множество перспектив при написании студентами научных рефератов, которые могут быть посвящены анализу и систематизации подходов к доказательству классических соотношений, открытию новых неравенств или установлению авторства ранее известных, изучению точности оценки и степени применимости неравенства. Подобная деятельность влечет обращение к различным источникам информации, может потребовать архивных изысканий, применения средств ИКТ, перевода иностранных текстов, а представленная работа вполне может быть признана научной.

В-третьих, глубоко раскрыть аспекты теории неравенств можно на спецкурсах для студентов. Такие спецкурсы О. А. Иванов, к примеру, называет *интегративными*, поскольку изложение материала в них «группируется вокруг определенных понятий, математических идей и утверждений» [2, с. 50–51].

Одно из упражнений, сформулированных в [2, с. 61–62], заключается в доказательстве существования и вычислении предела последовательности с общим членом $x_{n+1}=\frac{1}{2}\left(x_n+\frac{2}{x_n}\right),\ x_1=2$. Решение данной задачи опирается на теорему о пределе монотонной ограниченной последовательности. При доказательстве ограниченности последовательности «хорошо работает» неравенство Коши: $x_{n+1}=\frac{1}{2}\left(x_n+\frac{2}{x_n}\right)\geq\sqrt{x_n\cdot\frac{2}{x_n}}=\sqrt{2}$. Монотонное убывание последовательности определяет соотношение $x_{n+1}\leq x_n$, вытекающее из полученной ранее оценки $x_n\geq\sqrt{2}$. Вычисление значения предела $\left(\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\sqrt{2}\right)$ также не составляет труда.

При этом задача допускает несколько сценариев дальнейшей работы:

– можно ли изменить заданное значение первого члена последовательности? Можно ли сделать его произвольным? *(Вообще говоря, первый член последовательности должен принимать положительное значение).*

– Измените рекуррентную формулу общего члена последовательности так, чтобы для решения задачи можно было применить неравенство Коши *(например,* $x_{n+1}=\frac{1}{3}\left(2x_n+\frac{M}{x_n^2}\right),\ x_1=M\ ,\ M>0$*).*

– Предложите различные способы решения задачи и сравните их.

– Составьте аналогичную задачу, ориентированную на применение другого неравенства в ее решении *(например, исследование последовательности* $x_{n+1}=\left(\frac{2x_n+\frac{M}{x_n^2}}{3}\right)^2\cdot\frac{3}{\frac{2}{x_n}+\frac{x_n^2}{M}},\ x_1=M\ ,\ M>0$ *влечет использование неравенства Серпинского, см.* [4]*).*

О.А. Иванов [2, с. 62] связывает исходную задачу с рациональными приближениями иррациональных чисел, методом касательных Ньютона приближенного вычисления корней уравнений, теоремой Банаха о неподвижной точке сжимающего отображения полного метрического пространства. Это позволяет демонстрировать ее новые интерпретации и формулировать вопросы и задания для студентов:

– убедитесь, что члены последовательности $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{2}{x_n}\right)$, $x_1 = 2$ есть рациональные приближения числа $\sqrt{2}$;

– проверьте, что при решении уравнения $x - \frac{2}{x} = 0$ на промежутке (0; 2] методом касательных Ньютона получается та же последовательность приближений;

– используя соответствующую метрику пространства **R**, покажите, что отображение $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right)$ при $x > 0$ является сжимающим.

Таким образом, интегративные спецкурсы, восходящие к изучению неравенств, нацеливают студентов на понимание фундаментальности понятия неравенства. Проектирование подобных спецкурсов способствует реализации концепции фундаментального образования в области элементарной математики.

Литература

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. – СПб., «Профессия», 2001. – 432 с.

2. Иванов О.А. Теоретические основы построения системы математической и методической подготовки преподавателей профильных школ / О. А. Иванов. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 1997. – 76 с.

3. Калинин С.И. Обучение студентов математическому анализу в условиях фундаментализации высшего педагогического образования / С. И. Калинин. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2008. – 353 с.

4. Панкратова Л.В. Уточнения оценок для среднего геометрического и их применения / Л. В. Панкратова // В мире научных открытий. Проблемы науки и образования. – Красноярск: НИЦ – 2011. –№ 5.1. – С. 469–483.

5. Середенко П.В. Пути и формы подготовки будущих педагогов к осуществлению исследовательского подхода к обучению / П. В. Середенко. – Южно-Сахалинск: СахГУ, 2010. – 140 с.